社会を支える数学—オペレーションズ・リサーチの研究について

*田中未来 [1]

[1] 東京工業大学 大学院社会理工学研究科 経営工学専攻

2012 年 3 月 11 日
今, 大学で何が起きているか!? —pre 大学生と prepre 大学生へ—

自己紹介

- 2004–2006: 私立麻布高校
  - 高 2 の春に山下先生と出会う
- 2006–2009: 東京工業大学 工学部 経営システム工学科
  - 歌って踊れる化学者を目指す ➩ いろいろあって経営システム工学科を早期卒業
  - 卒業論文: ある意味で最適な投資方法を決める問題を解きやすい形でモデル化
- 2009–2011: 東京工業大学 大学院社会理工学研究科 経営工学専攻 修士課程
  - 修士論文: ある種の NP 困難な最適化問題を近似した問題に対する解法
    - 日本オペレーションズ・リサーチ学会 「計算と最適化の新展開」研究部会 優秀発表賞
    - 日本オペレーションズ・リサーチ学会 第 29 回 学生論文賞
    - 東京工業大学 大学院社会理工学研究科 研究科長奨励賞
- 2011–現在: 東京工業大学 大学院社会理工学研究科 経営工学専攻 博士課程
  - 本業: 最適化計算
    - 論文を書いたり
    - 学会で発表したり
  - 副業: データマイニング
    - 平成 23 年度 データ解析コンペティション フリー一般部門 敢闘賞

目次

目次

オペレーションズ・リサーチ (OR) とは?

システムの計画, 管理, 運用などにおいて, 科学的な方法および手法を適用することによって, 問題に関する最適な解を得ることを目的とする学問分野

岩波 情報科学辞典

- 発端: 第 2 次世界大戦中の連合軍の作戦計画
- 近年: 在庫管理や配送計画などの産業面を中心に幅広い分野に応用
- 応用分野: 産業, 物理, 化学, 機械, 電気, 建築, 金融, *etc.*
- 主なツール:
  - 数学
    - 抽象度の低い数学がほとんど
    - 多様なツールを巧妙に組み合わせてあやつる楽しみ
    - *c.f.* 純粋数学
  - プログラミング
  - 体力
  - 精神力
  - マンパワー

問題解決の手順

問題発見とデータ収集

解決

Figure: 問題解決の手順

問題解決の手順

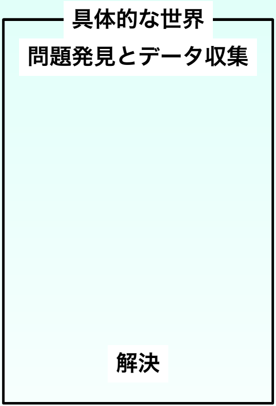

Figure: 問題解決の手順

問題解決の手順

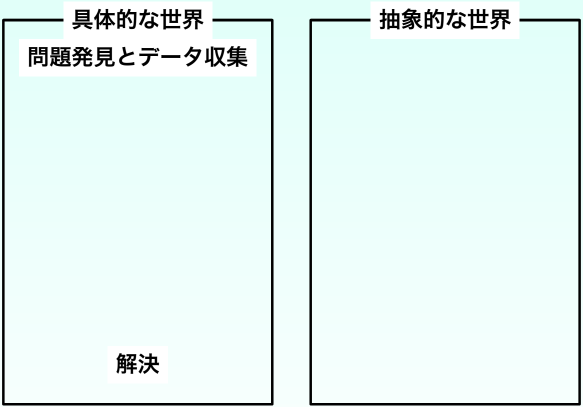

Figure: 問題解決の手順

問題解決の手順

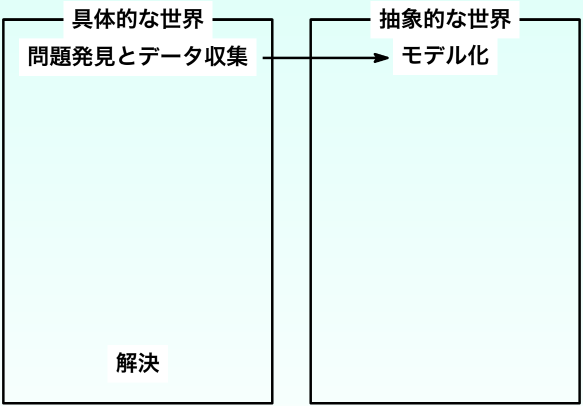

Figure: 問題解決の手順

問題解決の手順

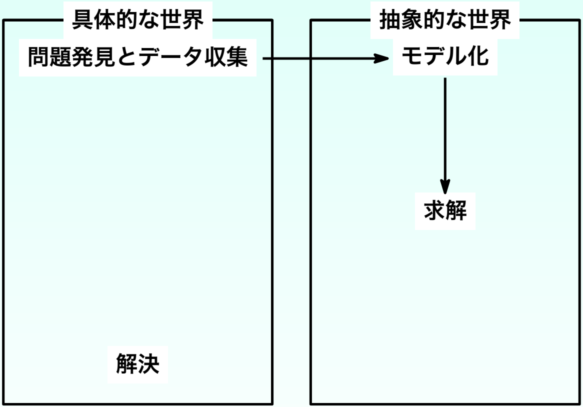

Figure: 問題解決の手順

問題解決の手順

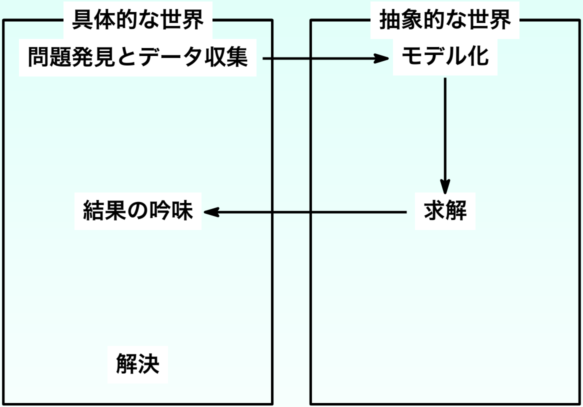

Figure: 問題解決の手順

問題解決の手順

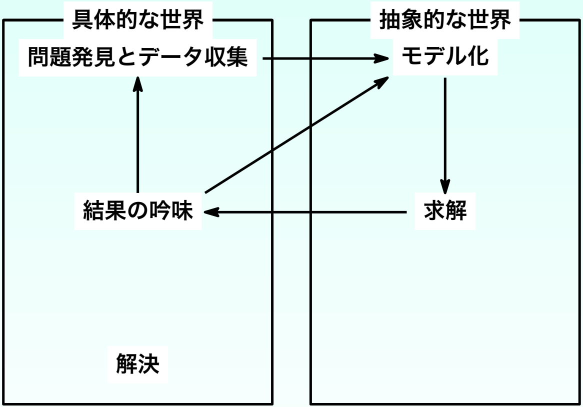

Figure: 問題解決の手順

問題解決の手順

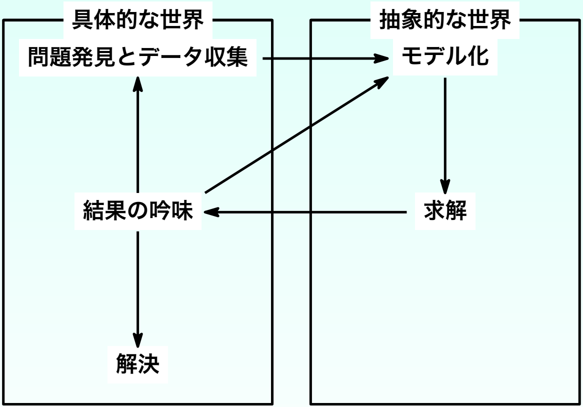

Figure: 問題解決の手順

問題発見とデータ収集

- 研究者が問題を探してくる場合
  - 今までの問題の一般化, *etc.*
  - 問題を解くことで社会の役に立つかは謎
- 実務家から研究者に依頼が来る場合
  - 問題を解くことで必ず社会の役に立つ
  - 守秘義務等の関係で論文にできないことも
    - 職業研究者は論文の数で業績が評価される
- 問題発見が先の場合が多いが逆の場合もある
- 最も大切なプロセス

モデル化

- 実際の問題を直接解くことは難しい ⇨ 扱いやすい問題にする
- 問題の本質を残し, 枝葉末節を無視 (*c.f.* 物理)
- モデル化したものを数学的に表現
  - 表現の方法は 1 通りとは限らない
  - 表現の方法により扱いやすさが異なる

求解

- 数学的に定式化された問題を解く
- 既存のソフトウェアが利用できる場合もある
- 解法の選択
  - 厳密解法 (問題を正確に解く)
  - 近似解法 (問題を近似的に解く, 近似の精度を保証)
  - 発見的解法 (問題を近似的に解く, 近似の精度は不明)
- 問題の性質や構造を利用することで計算量を少なくできる場合もある
  - 最大計算量, 平均計算量, 実験的解析
  - 時間計算量, 空間計算量
  - 多項式, 指数

結果の吟味

- 得られた結果をモデル化する前の実際の問題に照らし合わせる
  - 実際の問題について詳しく知っておく必要性
  - 実務家と研究者の共同作業
- モデルに基づく結果は絶対ではない
  - “最も良い結果” が実際に最も良いとは限らない
  - 複数の結果を出力して比較することも
- 得られた結果が現実的でないことが多い
  - 結果が極端すぎる
  - 問題をモデル化しすぎている
  - 必要な制約条件を忘れている
- 必要に応じてモデル化やデータの収集に戻る

目次

最適化とは?

- ある制約条件の下で決定変数をうまく決めて目的関数を最小/最大にする技術
  - 連続最適化: 線形最適化 (線形計画), 凸 2 次最適化, 非線形最適化, 錐最適化
  - 離散最適化: 組合せ最適化, 混合整数最適化
- 応用例:
  - 現在地と目的地を結ぶような経路をうまく決めて所要時間/電車賃を最小化
  - 部品を重なりあわないようにうまく配置して使用する材料の面積を最小化
  - 需要と供給を満たすような配送経路をうまく決めて配送費用を最小化
  - 予算の制約の下で形状をうまく決めて建物や乗物の安全性を最大化
  - 危険度を一定以下にするような投資方法をうまく決めて利益を最大化
  - 会場の制約の下で試合日程をうまく決めてチーム間の公平性を最大化
- 多くの最適化問題は解くことが困難
  - 理論的に NP 困難でも諦めてはいけない

献立の決定—モデル化

- モスバーガーで 3 食を食べることを考える
  - 1 日あたりに必要となる栄養素をすべて満たすようにしたい (制約条件)
  - 食費をできるだけ安くしたい (目的関数)
- 食品 j に含まれる栄養素 i の量 ➪ a_{ij}
- 栄養素 i の必要最低量 ➪ b_i
- 食品 j の価格 ➪ c_j
- 食品 j の購入量 ➪ x_j (決定変数)
- 線形最適化問題として定式化

$$
\begin{array}{lll}
\text{目的関数} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \longrightarrow \text{最小化} & \\
\text{制約条件} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i & (i = 1, \ldots, m) \\
 & x_j \geq 0 & (j = 1, \ldots, n)
\end{array}
$$

献立の決定—線形最適化問題に対する解法

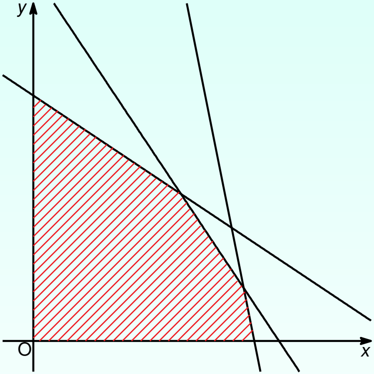

Figure: **線形最適化問題の実行可能領域**

献立の決定—線形最適化問題に対する解法

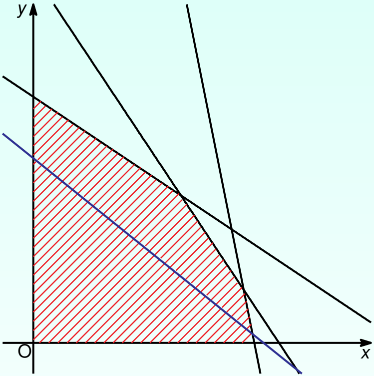

Figure: 図示

献立の決定—線形最適化問題に対する解法

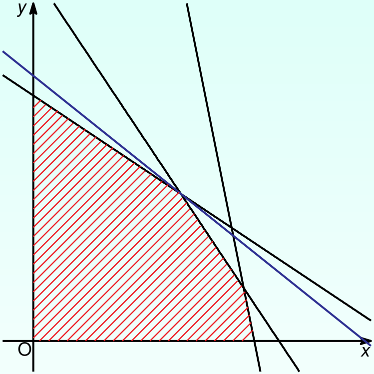

Figure: 図示

献立の決定—線形最適化問題に対する解法

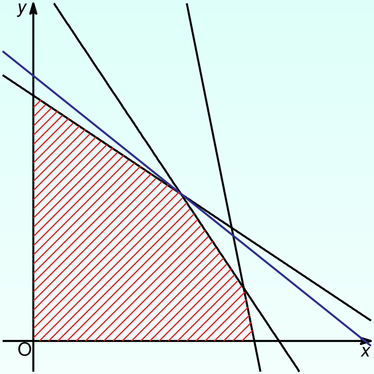

Figure: 図示 ➪ 4 次元以上の場合?

献立の決定—線形最適化問題に対する解法

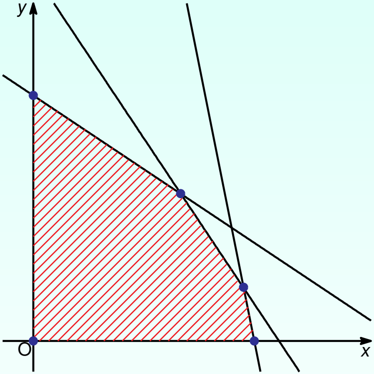

Figure: 多面体の頂点の列挙

献立の決定—線形最適化問題に対する解法

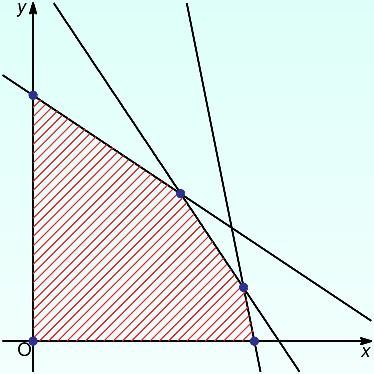

Figure: **多面体の頂点の列挙** ➩ **多次元の場合?**

献立の決定—線形最適化問題に対する解法

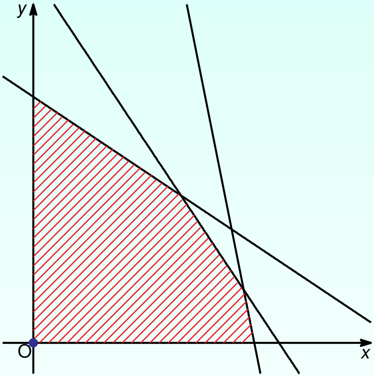

Figure: **単体法**

献立の決定—線形最適化問題に対する解法

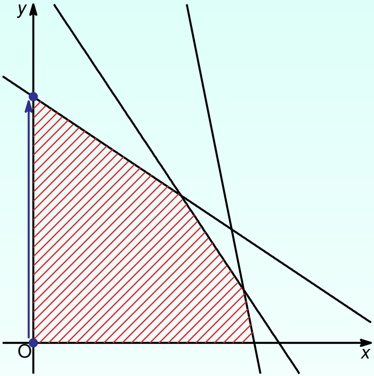

Figure: **単体法**

献立の決定—線形最適化問題に対する解法

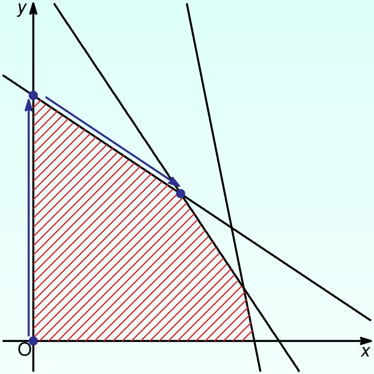

Figure: 単体法

献立の決定—線形最適化問題に対する解法

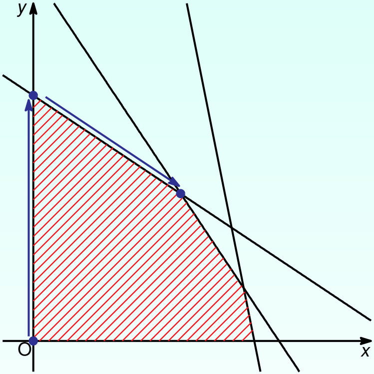

Figure: **単体法** ➩ **最悪の場合?**

献立の決定—線形最適化問題に対する解法

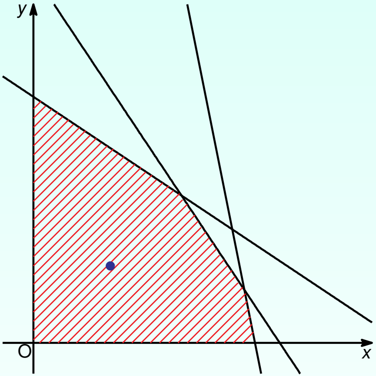

Figure: 内点法

献立の決定—線形最適化問題に対する解法

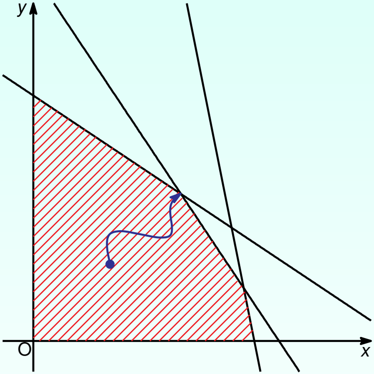

Figure: 内点法

献立の決定—線形最適化問題に対する解法

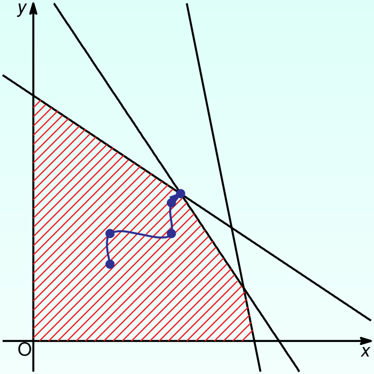

Figure: 内点法

献立の決定—線形最適化問題に対する解法

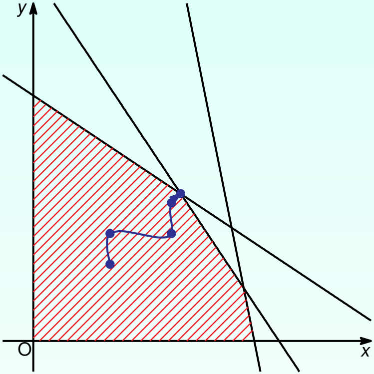

Figure: 内点法

- 線形最適化問題を解くソフトウェアは数多く存在
- 多くのソフトウェアは単体法と内点法を利用

献立の決定—結果の解釈

Table: 最適解 (最適値: 1,912.45 円)

メニュー	個数
チーズバーガー	3.16
タコライス	1.53
ココア	1.63
オレンジジュース	0.50

献立の決定—結果の解釈

Table: 最適解 (最適値: 1,912.45 円)

メニュー	個数
チーズバーガー	3.16
タコライス	1.53
ココア	1.63
オレンジジュース	0.50

- メニューの個数は整数個である必要 (*c.f.* 家畜の飼料の場合) ⇨ 制約を追加

TOKYO TECH Pursuing Excellence

献立の決定—モデル化 II

- **混合整数線形最適化問題として定式化**
  - **整数制約を追加**

$$
\begin{array}{lll}
\text{目的関数} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \longrightarrow \text{最小化} & \\
\text{制約条件} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i & (i = 1, \ldots, m) \\
 & x_j \geq 0 & (j = 1, \ldots, n)
\end{array}
$$

献立の決定—モデル化 II

- 混合整数線形最適化問題として定式化
  - 整数制約を追加

$$
\begin{aligned}
&\text{目的関数} && \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \longrightarrow \text{最小化} && \\
&\text{制約条件} && \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i && (i = 1, \ldots, m) \\
& && x_j \geq 0 && (j = 1, \ldots, n) \\
& && x_j \in \mathbb{Z} && (j = 1, \ldots, n)
\end{aligned}
$$

献立の決定—混合整数線形最適化問題に対する解法

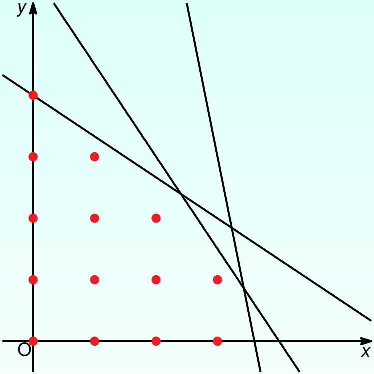

Figure: **混合整数線形最適化問題の実行可能領域**

献立の決定—混合整数線形最適化問題に対する解法

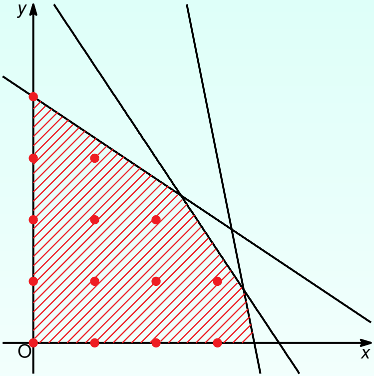

Figure: **分枝限定法**

献立の決定—混合整数線形最適化問題に対する解法

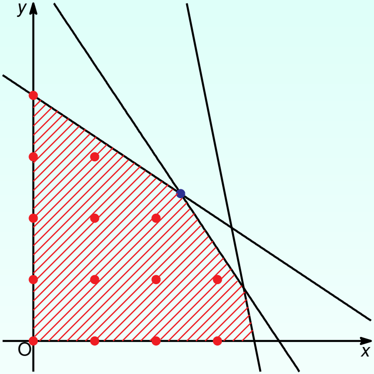

Figure: 分枝限定法

献立の決定—混合整数線形最適化問題に対する解法

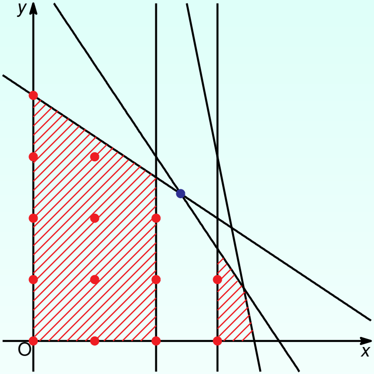

Figure: **分枝限定法**

献立の決定—混合整数線形最適化問題に対する解法

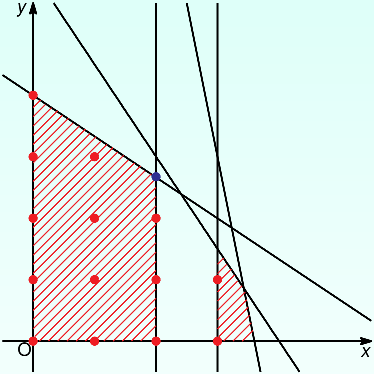

Figure: **分枝限定法**

献立の決定—混合整数線形最適化問題に対する解法

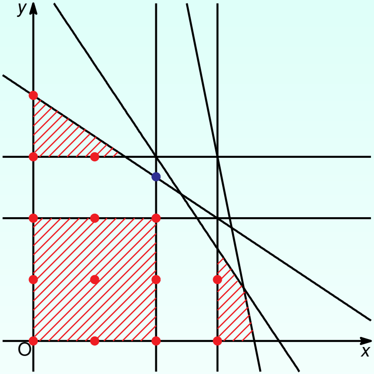

Figure: **分枝限定法**

献立の決定—混合整数線形最適化問題に対する解法

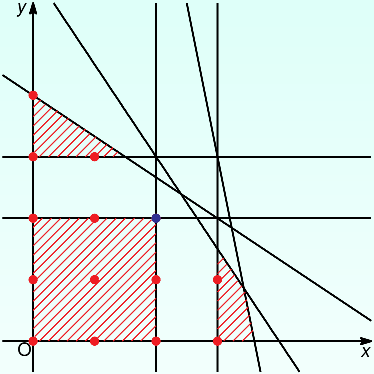

Figure: **分枝限定法**

献立の決定—混合整数線形最適化問題に対する解法

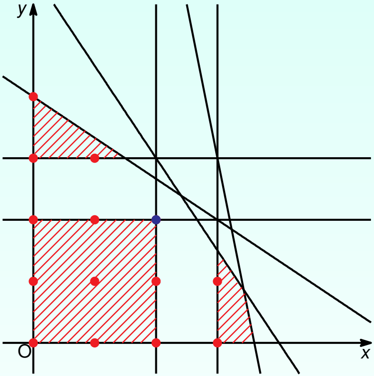

Figure: 分枝限定法

- 混合線形最適化問題を解くソフトウェアは数多く存在
- 多種多様な工夫!!

献立の決定—結果の解釈 II

Table: **最適解** (**最適値**: 2,200 **円**)

メニュー	個数
チーズバーガー	5
タコライス	1
ココア	1
オレンジジュース	1

献立の決定—結果の解釈 II

Table: 最適解 (最適値: 2,200 円)

メニュー	個数
チーズバーガー	5
タコライス	1
ココア	1
オレンジジュース	1

- 同じメニューを 2 個以上食べたくない ⇨ 制約を追加

献立の決定—モデル化 III

- 混合整数線形最適化問題として定式化
  - 変数の上限制約を追加

$$
\begin{array}{lll}
\text{目的関数} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \longrightarrow \text{最小化} & \\
\text{制約条件} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i & (i = 1, \ldots, m) \\
 & x_j \geq 0 & (j = 1, \ldots, n) \\
 & x_j \in \mathbb{Z} & (j = 1, \ldots, n)
\end{array}
$$

献立の決定—モデル化 III

- 混合整数線形最適化問題として定式化
  - 変数の上限制約を追加

$$
\begin{array}{lll}
\text{目的関数} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \longrightarrow \text{最小化} & \\
\text{制約条件} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i & (i = 1, \ldots, m) \\
 & x_j \geq 0 & (j = 1, \ldots, n) \\
 & x_j \in \mathbb{Z} & (j = 1, \ldots, n) \\
 & x_j \leq 1 & (j = 1, \ldots, n)
\end{array}
$$

献立の決定—結果の解釈 III

Table: 最適解 (最適値: 2,760 円)

メニュー	個数
モスバーガー	1
チーズバーガー	1
フィッシュバーガー	1
ポークロインバーガー	1
野菜バーガー	1
五目ライスバーガー	1
タコライス	1
ココア	1
オレンジジュース	1

献立の決定—結果の解釈 III

Table: 最適解 (最適値: 2,760 円)

メニュー	個数
モスバーガー	1
チーズバーガー	1
フィッシュバーガー	1
ポークロインバーガー	1
野菜バーガー	1
五目ライスバーガー	1
タコライス	1
ココア	1
オレンジジュース	1

- バーガー類は合わせて 3 個までにしたい ⇨ 制約を追加

Pursuing Excellence

献立の決定—モデル化 IV

- 混合整数線形最適化問題として定式化
  - バーガー類の合計に対する上限制約を追加 (B: バーガー類の集合)

$$
\begin{array}{lll}
\text{目的関数} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \longrightarrow \text{最小化} & \\
\text{制約条件} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i & (i = 1, \ldots, m) \\
 & x_j \geq 0 & (j = 1, \ldots, n) \\
 & x_j \in \mathbb{Z} & (j = 1, \ldots, n) \\
 & x_j \leq 1 & (j = 1, \ldots, n)
\end{array}
$$

献立の決定—モデル化 IV

- 混合整数線形最適化問題として定式化
  - バーガー類の合計に対する上限制約を追加 (B: バーガー類の集合)

$$
\begin{array}{lll}
\text{目的関数} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \longrightarrow \text{最小化} & \\
\text{制約条件} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i & (i = 1, \ldots, m) \\
& x_j \geq 0 & (j = 1, \ldots, n) \\
& x_j \in \mathbb{Z} & (j = 1, \ldots, n) \\
& x_j \leq 1 & (j = 1, \ldots, n) \\
& \displaystyle\sum_{j \in B} x_j \leq 3 &
\end{array}
$$

献立の決定—結果の解釈 IV

Table: 最適解 (最適値: 2,800 円)

メニュー	個数
モスバーガー	1
チーズバーガー	1
野菜バーガー	1
フライドオニオン	1
クラムチャウダー	1
タコライス	1
ココア	1
オレンジジュース	1
トマトジュース	1

献立の決定—結果の解釈 IV

Table: 最適解 (最適値: 2,800 円)

メニュー	個数
モスバーガー	1
チーズバーガー	1
野菜バーガー	1
フライドオニオン	1
クラムチャウダー	1
タコライス	1
ココア	1
オレンジジュース	1
トマトジュース	1

- とりあえず納得

献立の決定—結果の解釈 IV

Table: 最適解 (最適値: 2,800 円)

メニュー	個数
モスバーガー	1
チーズバーガー	1
野菜バーガー	1
フライドオニオン	1
クラムチャウダー	1
タコライス	1
ココア	1
オレンジジュース	1
トマトジュース	1

- とりあえず納得
- トマトジュースが嫌いな人はトマトジュースを外す制約を入れる
- カロリーが気になる人はカロリーの上限制約を入れる

目次

確率モデルとは

- 確率的事象を含むシステムの平均的/漸近的挙動を評価する技術
  - Markov モデル (Markov 連鎖)
  - 待ち行列
  - シミュレーション
- 応用例:
  - チラシの効果の分析 (確率的事象: チラシを手にするかどうか, 来客するかどうか)
  - コンビニのレジ待ち行列の長さの分析 (確率的事象: 客の到着, サービス時間)
  - 株式/金利のオプションの価格づけ (確率的事象: 株価/金利の変化)
- 多くの確率モデルは解析的な評価が困難 ⇨ 数値的な評価

打順の決定—モデル化

- 野球の “良い” 打順を決めたい ➪ 得点の期待値を最大化
- 野球のルールや作戦は複雑 ➪ モデル化
  - アウトの種類: 三振, ゴロ, フライ, *etc.* ➪ 同一視
  - 打球の方向, ランナーの足の速さ ➪ 同一視
  - 盗塁, 送りバント, 犠牲フライ ➪ 考えない
  - 相手投手との相性 ➪ 考えない
- モデル:
  - 攻撃の状態を $3 \times 8 + 1 = 25$ 個に分類
    - アウトカウント (無死, 1 死, 2 死): 3 種類
    - ランナーの状況: (無走者, 1 塁,. . . , 満塁): 8 種類
    - チェンジ
  - 1 人のバッターの打撃の結果を 6 個に限定
    - 単打, 2 塁打, 3 塁打, 本塁打, 四死球, アウト

打順の決定—モデル化

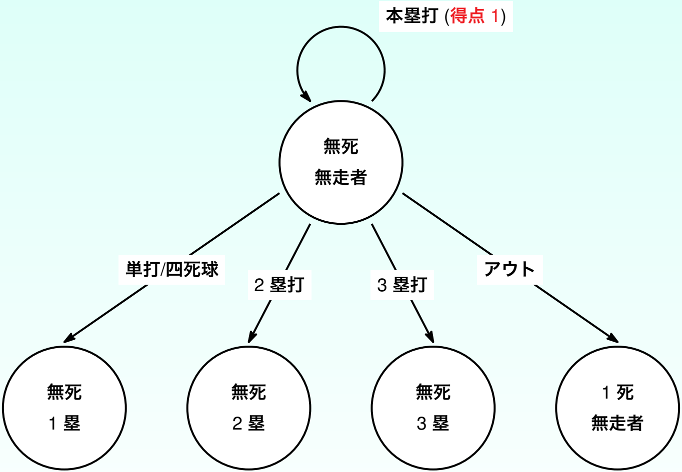

Figure: 状態遷移図 (無死無走者からの攻撃)

打順の決定—モデル化

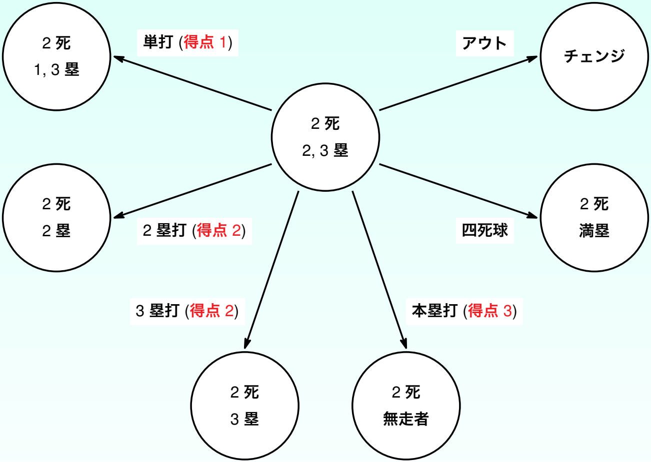

Figure: 状態遷移図 (2 死 2, 3 塁からの攻撃)

打順の決定—モデルの解析

- 打順が決まれば得点の期待値は比較的容易に計算できる
  - 先頭打者が i 番打者の回に r 点入って j 番打者でチェンジになる確率を計算
    - r には上限を設けておく
  - 各回について先頭打者が k 番打者でそのときまでに s 点入っている確率を計算
- この計算を $9! = 362,880$ 回繰り返す ⇦ 結構大変
  - 少し工夫すると $8! = 40,320$ 回まで減らすことができる ⇦ それでも大変

打順の決定—結果の評価

Table: 2009 年 WBC 中国戦における日本代表のスタメンを用いた結果

打順	最善の打順	実際の打順	最悪の打順
1	青木	イチロー	福留
2	中島	中島	岩村
3	小笠原	青木	城島
4	稲葉	稲葉	村田
5	村田	村田	イチロー
6	イチロー	小笠原	小笠原
7	城島	福留	稲葉
8	岩村	城島	青木
9	福留	岩村	中島
得点の期待値	6.19	6.16	5.90

- 結果を評価
  - モデル化は適当だったか?
  - 予想できない結果が出てくる場合もある ⇨ 先入観にとらわれてはいけない
- モデルの解析結果から知見を得ることもある
  - 実際の打順は良い打順だった?
  - 打率の良い選手を下位に置くことでポイントゲッターとする?

実際の問題はもっと難しい

- 実際の問題はより複雑でより大規模な問題
  - 物流の問題などは大規模な混合整数最適化問題に帰着 ➪ ほぼ確実に NP 困難
  - Google 検索の結果におけるページの順序は Markov モデルとして解析されている ➪ 天文学的な次元数をもつ行列の固有ベクトルの計算
- これらを短時間で解きたいという要望もある
  - 試行錯誤を繰り返して意思決定したいため
  - 時と場合に応じて解法を選択/工夫する必要性
- 実務家と研究者との認識の差

目次

最適化計算とは?

- 目標: 大規模かつ複雑な最適化モデルの最適解を高精度かつ高速に求めたい
- 高精度化の要因:
  - アルゴリズムの改良
  - 実装上の工夫
  - 多倍長演算 ⇦ 非常に遅い
- 高速化の要因:
  - アルゴリズムの改良
  - 計算機の性能 (CPU, メモリ, *etc.*) の向上 ⇦ これからの進歩は見込めない
  - 並列化技術 (スパコン) の向上 ⇦ 複雑な計算ではかなり難しい

e.g. 混合整数線形最適化問題の厳密解を求めるソフトウェア

- 20 年間で 10,000,000 倍の高速化 (3 か月 ⇨ 1 秒)
  - アルゴリズム: 3,000 倍
  - 計算機: 3,000 倍
- 変数が 5000 個程度 ⇨ おそらくは解ける

私が解きたい問題

- **非負半正定値最適化問題**

$$
\begin{array}{ll}
\text{目的関数} & \boldsymbol{C} \bullet \boldsymbol{X} \longrightarrow \text{最小化} \\
\text{制約条件} & \boldsymbol{A}_i \bullet \boldsymbol{X} = b_i \quad (i = 1, \ldots, m) \\
 & \boldsymbol{X} \geq \boldsymbol{O} \\
 & \boldsymbol{X} \succeq \boldsymbol{O} \\
 & \boldsymbol{X} \in \mathcal{S}^n
\end{array}
$$

  - $\mathcal{S}^n$: n 次対称行列のなす空間
  - $\boldsymbol{C} \bullet \boldsymbol{X} = \mathrm{tr}(\boldsymbol{C}^\top \boldsymbol{X}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$: 行列の内積
  - $\boldsymbol{X} \geq \boldsymbol{O}$: 各成分の非負性
  - $\boldsymbol{X} \succeq \boldsymbol{O}$: 固有値の非負性 (半正定値性)
- **組合せ最適化問題などに応用できる**
- **半正定値最適化問題に等価変換できる** ⇨ 内点法で解くことができる?

TOKYO TECH Pursuing Excellence

内点法

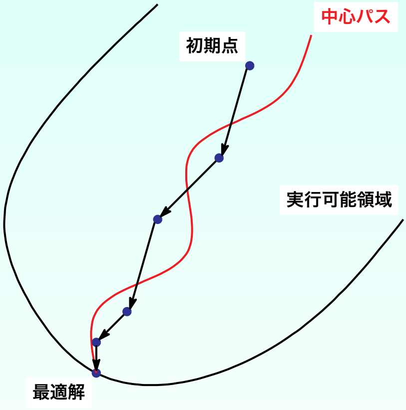

Figure: 内点法

- 中心パスを線形近似することで最適解に収束する点列を生成
  ➪ 各反復で線形方程式系を解く

研究内容

- 問題の性質が悪い
  - 幾何学的解釈: 実行可能領域が “つぶれている”
  - 高精度な解を求めることが困難
- 等価な半正定値最適化問題のサイズが非常に大きい
  - 計算時間が非常にかかる
  - 場合によっては係数行列がメモリに乗らない

研究内容

- 問題の性質が悪い ⇨ 性質の良い問題に変換
  - 幾何学的解釈: 実行可能領域が "つぶれている"
  - 高精度な解を求めることが困難

  ⇩
  - 実行可能領域の "つぶれ" を検出 ⇨ "あまりつぶれていない" 問題に変換
  - 一部の問題に対して高精度な解を求めることが可能に
- 等価な半正定値最適化問題のサイズが非常に大きい
  - 計算時間が非常にかかる
  - 場合によっては係数行列がメモリに乗らない

研究内容

- 問題の性質が悪い ➪ 性質の良い問題に変換
  - 幾何学的解釈: 実行可能領域が “つぶれている”
  - 高精度な解を求めることが困難

  ⇩
  - 実行可能領域の “つぶれ” を検出 ➪ “あまりつぶれていない” 問題に変換
  - 一部の問題に対して高精度な解を求めることが可能に

- 等価な半正定値最適化問題のサイズが非常に大きい
  ➪ 問題を変換せずに問題の構造を利用して解く
  - 計算時間が非常にかかる
  - 場合によっては係数行列がメモリに乗らない

  ⇩
  - 係数行列をメモリに保持せず反復法を用いて大規模な線形方程式系を解く
  - 線形方程式系の構造を利用 ➪ 反復法の収束性を高める

研究内容

- 問題の性質が悪い ➪ 性質の良い問題に変換
  - 幾何学的解釈: 実行可能領域が “つぶれている”
  - 高精度な解を求めることが困難

  ⇩
  - 実行可能領域の “つぶれ” を検出 ➪ “あまりつぶれていない” 問題に変換
  - 一部の問題に対して高精度な解を求めることが可能に

  ⇩
  - “まったくつぶれていない” 問題に変換できないか?
- 等価な半正定値最適化問題のサイズが非常に大きい
  ➪ 問題を変換せずに問題の構造を利用して解く
  - 計算時間が非常にかかる
  - 場合によっては係数行列がメモリに乗らない

  ⇩
  - 係数行列をメモリに保持せず反復法を用いて大規模な線形方程式系を解く
  - 線形方程式系の構造を利用 ➪ 反復法の収束性を高める

研究内容

- 問題の性質が悪い ➩ 性質の良い問題に変換
  - 幾何学的解釈: 実行可能領域が “つぶれている”
  - 高精度な解を求めることが困難

  ⇩
  - 実行可能領域の “つぶれ” を検出 ➩ “あまりつぶれていない” 問題に変換
  - 一部の問題に対して高精度な解を求めることが可能に

  ⇩
  - “まったくつぶれていない” 問題に変換できないか?
- 等価な半正定値最適化問題のサイズが非常に大きい
  ➩ 問題を変換せずに問題の構造を利用して解く
  - 計算時間が非常にかかる
  - 場合によっては係数行列がメモリに乗らない

  ⇩
  - 係数行列をメモリに保持せず反復法を用いて大規模な線形方程式系を解く
  - 線形方程式系の構造を利用 ➩ 反復法の収束性を高める

  ⇩
  - さらに効率のよい計算方法はないか?

TOKYO TECH
Pursuing Excellence

目次

勉強と研究

- 研究と勉強とは異なるもの
  - 研究の下地として勉強が必要
  - なにが必要になるかわからない
  - すぐに結果が出るものは勉強に過ぎない
  - 誰も解いたことのない問題を解くことが研究として価値がある
- 教室に行って座っていれば勉強になるか?
  - 多くの授業は表面的でしかない (*c.f.* 大学教員の本業)
  - 深く理解するためには受動的でなく能動的に勉強する必要
  - 有志で勉強会を立ち上げるのもよい

大学での生活

- 学部 (4 年間) での生活:
  - B1–B3 は勉強が中心
  - B3–B4 になってようやく研究に “触れる”
  - 学士号の多くは “参加賞”
- 修士課程 (2 年間) での生活:
  - 研究に片足を突っ込む (進学しない人は就職活動が大変らしい)
  - 研究をして発表する ⇦ それなりの結果を出す必要性
  - 修士号の多くは “努力賞”
- 博士課程 (3 年間) での生活:
  - 研究に首の丈まで浸かる
  - 論文を書いて投稿する ⇦ その分野において 1 番になる必要性
  - 博士号の多くは “一等賞”

大学生活において大切な能力

- 積極性
- 問題意識
- 自分で考える能力
- 議論する能力
- 流されない強い心
- くじけぬ心

未知の世界を探求する人々は、地図を持たない旅行者である。地図は探求の結果として、できるのである。目的地がどこにあるか、まだわからない。もちろん、目的地へ向かっての真直な道など、できてはいない。目の前にあるのは、先人がある所まで切り開いた道だけである。目的地を見つけた後になって、真直な道をつけることは、そんなに困難ではない。まわり道をしながら、そしてまた道を切り開きながら、とにかく目的地までたどりつくことが困難なのである。

湯川秀樹

偉大な発見は、完璧な学者の頭脳から飛び出すわけではありません。それは、骨の折れる予備作業の積み重ねによってもたらされるのです。実り多い成果の上がる日々ばかりは続かず、その間には、何もうまくいかないように思えたり、素材そのものが悪意を抱いているように感じられる不安な日々もあります。そんな時こそ、落胆に負けてはならないのです。

Maria Skłodowska-Curie

創造の基礎は、過去の学問を深く理解することである。それは決して盲目的に信じるということではない。自分で納得できるまで、咀嚼することである。思いつきからでは、大きな創造は生まれない。

西澤潤一

さあ諸君、勉強を始めよう勉強を。数学に限らず、凡そ勉強なんてものは、何だって辛くて厳しい修行である。然し、それを乗り越えた時、自分でも驚く程の充実感と、学問そのものへの興味が湧き起こってくる。昔から、楽して得られるものなんて、詰まらないものに決まっている。怠けを誘う甘い言葉は、諸君に一人前になって貰いたくない、という嫉妬である。思い切り苦労して、一所懸命努力して、素晴らしいものを身につけようではないか。

吉田武

Thank you for your attention!!

参考文献など I

- J. Albert, J. Bennett, 後藤寿彦, 加藤貴昭,
  メジャーリーグの数理科学 上・下,
  シュプリンガーフェアラーク東京, 2004.
  野球の数理モデルについて書かれた一般書. 原書は英語.
- 今野浩,
  役に立つ一次式 整数計画法「気まぐれな女王」の 50 年,
  日本評論社, 2005.
  整数最適化の発展について書かれた一般書. 今野先生の本はいずれも面白い.
- 木下是雄,
  理科系の作文技術,
  中公新書, 1981.
  レポートや論文などの技術文書の書き方についてまとめられた一般書. レポートの１つ１つの日本語にもこだわりを持って欲しい.

参考文献など II

- T. Koch *et al.*,
  SCIP,
  Zuse Institute Berlin, 2003–2012,
  混合整数最適化問題を解くフリーのソフトウェアの中で最も優れたもの.
  http://scip.zib.de/ からダウンロード可能.
- 久保幹雄,
  組合せ最適化とアルゴリズム,
  共立出版, 2000.
  離散最適化に関するわかりやすい入門書.
- A.N. Langville, C.D. Meyer, 岩野和生, 黒川利明, 黒川洋,
  Google PageRank の数理 最強検索エンジンのランキング手法を求めて,
  共立出版, 2009.
  Google 検索の数理モデルについて書かれた専門書. 原書は英語.

参考文献など III

- 松坂和夫,
  集合・位相入門,
  岩波書店, 1968.
  現代数学の基礎である集合と位相に関する優れた教科書.
- 松坂和夫,
  線型代数入門,
  岩波書店, 1980.
  最適化でも頻繁に使われる線形代数に関する優れた教科書.
- 森雅夫, 松井知己,
  オペレーションズ・リサーチ,
  朝倉書店, 2004.
  オペレーションズ・リサーチに関する優れた入門書.
- G. Pólya, 柿内賢信,
  いかにして問題をとくか,
  丸善, 1975.
  問題解決の方法論についてまとめられた一般書.

参考文献など IV

- 杉原厚吉,
  理科系のための英文作法 文章をなめらかにつなぐ四つの法則,
  中公新書, 1994.
  見通しのよい英文を書くための方法についてまとめられた一般書.
- 杉原厚吉,
  大学教授という仕事,
  水曜社, 2010.
  大学教授の仕事について書かれた一般書.
- 杉浦光夫,
  解析入門 I, II,
  東京大学出版会, 1980, 1985.
  最適化でも頻繁に使われる解析に関する優れた教科書.
- 田村明久, 村松正和,
  最適化法,
  共立出版, 2002.
  連続最適化に関する優れた入門書.