

新受験生 数学特別講義

Vector 幾何研究

— Nickname: M3 α —

Date: Fri Mar 16. 2012.

Time: 17:00 - 21:00 (240 min.)

Place: Shinjuku.

Theme: Vector を軸として高校幾何を再構成し、
各分野の有機的統一を目標とする。

Lecturer: 山下弘一郎 YAMASHITA, KOICHIRO.

kymst's Free Math Forum (kFMF) <http://kymst.net/>

答なき (?) 問

もう1度問おう: 数学を学ぶとは何なのか? その目的は何か?, 何のために数学を学ぶのか? と。

かつてこの問に対する返事は決まっていた, それはそれなりにウソではなかった。曰く

我々が恩恵にあずかっている科学技術の, 根幹をなすのが数学であり, その基礎を学ぶことが必要である。

数学がなければ, 近現代的な生活社会が成立しないのだから, すべての人々が数学を学ぶべきである。

しかし, 考えても見よ。青年よ, ホンネを語れ! タテマエのキレイゴトに騙されるな!! 数学が必要になる職業というものが, 果たしてどれだけの割合で存在するのか。

確かに, 数学を中心とする理系出身者であることが, 社会的エリートであることを意味した時代がかつてあった。それは, この国の高度経済成長時代と重なる。『欧米に追いつき追い越せ』が, ほとんどの国民にとって目標足りえた時代である。『富国強兵』ならぬ『富社会強経済』政策である。

社会は, 特に中堅テクノクラート(技術者)を必要とした。明日は今日よりもより便利であり, より豊かであることを保証するもの, それが科学技術の存在意義(raison d'être)であった。

そのような時代には, 技術畑のお父さんは故障した電気製品を修理して, 鼻高々であった。そういうお父さんは, 日曜日になると普及しつつあったマイカーのボンネットを開けて, メンテナンスに励んだものだ。

時代は変わった。どれほど熟達した技術畑のお父さんで

も, 現在, 修理できる家電製品はほぼ存在しない。炊飯器までが『コンピュータ制御』である今, ペンチとハンダゴテ, そしてドライバーで修理できる電気製品などありはしない。

自動車にしても同様。かつての乗用車のエンジンルームはスカスカだった。そこには, 持ち主, 運転者の手が入り込むだけのすき間が存在した。

今は違う, エンジンルームは, 特にエレクトロニクス系の制御装置でピッシリである。やはり専門家以外にいじれるものはない。調子が悪くなったら, 専門家に任せる以外すべはない。要するに,

理数系の学問を修めることは, 社会的地位を保証するわけでもなく, また, そのおかげで利便性にあずかれるわけでもないのである。

ではなぜ, 数学を学ぶのか。

数学を学ぶことの意味を, もう一度考えてみてほしい。

我々が生きている以上, 様々な問題に取り囲まれる。問題を解決しながら生を営むことの内に, 我々の生活がある。生物学的生命として, 社会的生命として, そして人文科学的生命として¹, 我々の生は解決を待つ問題にみちている。そしてそれらの問題は, 個々バラバラに立てられたものではない。一つの間は別の問題を喚起し, その間に答えることによって他の問題の解決が要求される。要するに、『我々は問と答の絡み合いの中に存在する』のである。

では、『絡み合った問題を解決する』とは何だろうか。何がどうなったとき, 問題は解決された, と言えるのだろうか。

私見であることを確認して, ないしは作業仮説としてもよい。問題が解決された, とは, 該当する分野の, 一定程度の体系的知識が獲得されたとき, であり, また, 似た問題に対する解決の方略²が, 普遍性をもって得られたと

¹『生命』, 『生活』, 『人生』いずれもが, “Life” の訳語であるというのは, なかなか面白いと思う。その3つの意味それぞれに, 自然科学, 社会科学, 人文科学の Life が対応する。

²教育心理学の用語 “planning” の訳語。『問題解決のための戦略的知識』程度に理解してほしい。

き、である。

数学は、そうした問題の設定と解決、そして問題の再構成の練習場ではないか。

もちろん数学だけではない。ありとあらゆる、試行錯誤を孕む知的営みは、問題解決のシミュレーション足りうる。例えばコンピュータ・プログラミングであれ、英語の長文読解であれ、世界史の体系的理解であれ、同様である。

しかし、数学はそれこそ『紙と鉛筆』だけで、試行錯誤、**Trial and Error**, を練習できるのだ。

何のために? — 来るべき問題解決のシミュレーションとして !!

そんなワケで...

多くの諸君が、これまで次々と降り注ぐ単元をコナシテキタと思う。数学 II と数学 B という分野に限ってみても、

- 図形と方程式
- 三角関数
- 微分・積分
- ベクトル

などなど。その中で、様々な問題に触れ、また解いてきたはずである。

しかし、敢えて、今問いたい。先ほどの言い方を流用すれば、そうした問題の解決は、**該当する分野の、一定程度の体系的知識の獲得を結果したか? また似た問題の解決のための、普遍的方略の獲得を結果したか?**

もちろん、どの分野をとってみても、学んで日が浅いこともあろう。同情の余地はある。しかし、数学における『知』とは、数学に関して何かを知っているとは、yes か no かで判定されるものではない。体系性を獲得したとき、つまり個々別々の知の断片が、**区別と連関の下に結び付けられたとき、初めて知識として結実するのだ。**

例えば、三角関数の加法定理でよい。公式が口から出てくるだけでは、数学的知識とはいえないことを銘記してほしい。それだけでは、知の断片、今はやりの TIPS でしかないのだ³。

先にあげたすべての分野を貫くものがある。それは、静止する点の集合として平面・空間を見るユークリッド的幾何学観から、動的 vector による平面・空間の dynamism への飛翔である。

必要とされるものは、かつて初めて学んだときテーマであった何かが、次の新たなテーマの下ではツールとして体系に組み込まれる、**数学的認識の質的上昇に他ならない。**

諸君が小学校で初めて乗法を学んだとき、九九はテーマであった。九九を学習の対象としたのだ。しかし、今は違う。諸君にとっての九九は、計算手段、ツールでしかない。

同じことが、ベクトルや座標平面・空間に関して出来るか。ベクトルは、図形を扱うためのツールであるべき

なのだ。直線や円の方程式は、幾何学的対象の本質を探るための道具へと高められねばならぬ。

数学が先に進む、という事態には、常にこの

THEME から TOOL へ

というムーヴメントが介在する。諸君にとってこれは、諸君の学んできた数学、特に高校幾何の、**基軸を vector に据えた再構成**、を意味する。



アンリ・ポワソナレ

お仕着せのテーマ、他人に教えられたパターン分析など、何一つ意味をもたぬ。各人各様に、その手で、自分の数学を、システムとして再構築することを目指してほしい。

諸君に、『最後の万能選手』と呼ばれるフランスの大数学者、ポアンカレ⁴の言葉を送る。この意味を体感してもらえれば、この講座(愛称) M3α の責務は完了する。

数学とは、異なるものを同じ名で呼ぶ技術である。

定義に従い、証明に立ち戻り、理論を共有しようとする意思のある諸君との出会いを期待して、拙い文章を閉じることにする。

YAMASHITA, KOICHIRO (kymst)

効能

次の問題が 10 秒で解けるようになります:

$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ をみたす任意の θ について、
不等式

$$-2 \leq a \cos \theta + b \sin \theta \leq 3$$

が成り立つような、点 (a, b) の存在領域を
図示せよ。

ただし、服用には精神年齢の高さが必要とされます。
服用に際しては、この pamphlet をよく読み、用法・
用量を守って下さい。

PS. 特別講演会として

Special Event M3N (愛称 ... コレバッカリ...) が開かれます:

Title : 今、大学で何が起きているか!? Pre-大学生と Prepre-大学生へ。

Date & Time : Sun Mar 11 2012. 15:30-17:30

Place : Shinjuku.

Information : 詳細は教室窓口、またはフリーダイヤル 0120-2828-76 でおたずね下さい。

³毎年年末になると、「この国の先端技術は、年賀状のために存在したのか?」と思わせるような、computer 雑誌の Tips 集を見よ。哀れむべきは体系的欠如! 知的反省、問題の対自化の欠落!!

⁴ポワソナレ JULES HENRI POINCARÉ (1854-1912). 写真は、Math Resource: Interactive Math Dictionary, version 1.0. (Springer) から転載。