講師山下弘一郎引退講義
超実数上の解析学
—ビブンセキブンイイキブン—

1.1 Guide Quiz

私の○んだ数学の○○

× 歩 / 旅程
× 歩 / 道筋
○ 転 / 泥沼
△ 飲 / 美酒
○ 飲 / 煮湯

---

2. Cauchy vs. Weierstrass

19 cy { Archimedian continuum (連続体) $= \mathbb{R}$
Bernoulli continuum $= \mathbb{R}^*$

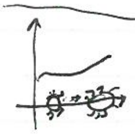
Non standard Analysis (1950~) Keisler/Chern

(1821 Cours d' Analyse ~)

Cauchy から Weierstrass への橋渡し
(1789~1857) (1815~1897)

ε−δ言論法 (ED-ism)

ε子 / δ太



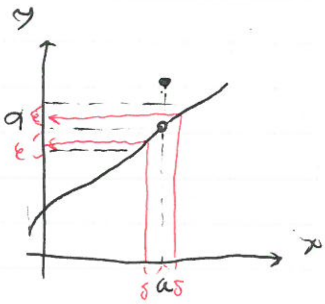
高校までの
ゴキブリ極限
→何の解法にも
なっていない。

$$f(x) \xrightarrow[x \to a]{} \alpha$$

$$\Longleftrightarrow \underbrace{\forall \varepsilon > 0}_{\text{attack}} \ \exists \underbrace{\delta > 0}_{\text{reply}} : x \in \mathbb{R}$$

$$0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - \underset{\alpha}{f(a)}| < \varepsilon$$

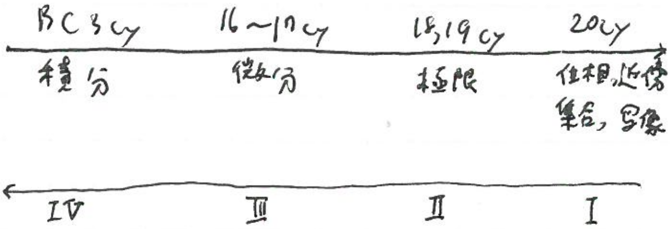
typo?



$\mathbb{R}$: Alchimedean Contin

ED-ism により解析学の算術化

I



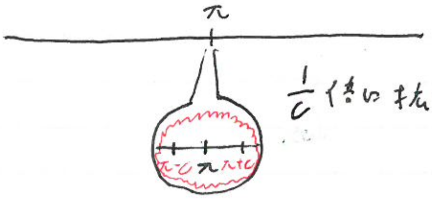
time line

curriculum

※全ての理論をEΔ-ismに合わせた結果、逆転が生じている。

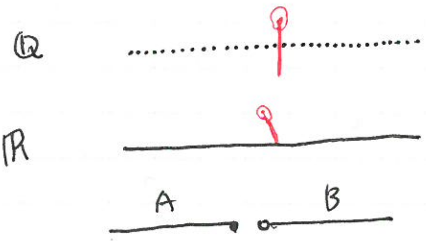
II Bernoulli contein

無限小 c



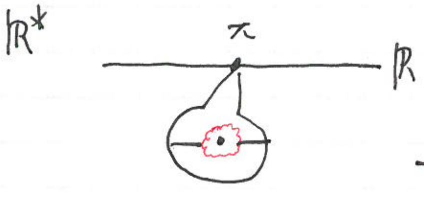
$\frac{1}{c}$倍に拡大

Dedekind cut



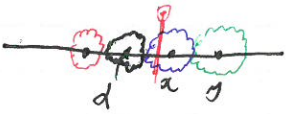
(間に入れることが出来る)
ドレドレ無限

ベッタリ無限



standard part

$st\ \alpha = mnd(\alpha)$



monad: mnd

$\alpha \pm kc$

k: f(α) bounded real f

$x \simeq y := |x-y| < f(c)c$

$\forall x, y \in \mathbb{R}$: unif. conv.

$x \simeq y \Rightarrow f(x) \simeq f(y)$

$\forall x, y \in \mathbb{R}$

st $x = x \simeq y = st\ y$

$\Rightarrow f(x) \simeq f(y)$

$$\frac{f(x+c)-f(x)}{c} = st\,F(x) = F(\ell)$$

Non-Standard Analysis
超準解析 1954

Robinson Skolem

Robinsonが持っていた考え全てをCauchyが持っていたということは無いだろう。
しかし、Non-Standard Analysisの一部の考えをCauchyが持っていて、それを基にして1つの解析学を構築していたのではないか。

3.

西洋の学問：人間の精神の革命の為の学問
日本の学問：実用の為の学問

自らの専門分野に留まらず、知性豊かな人間になることを目指す。

社会を創成する訳でもないような「共有」は無駄

Cauchyによる無限小の定義

動詞からスタートし、徐々に名詞へと変遷している。

reification, encapsulation, procept
「日常表現に近い表現から徐々に抽象的な概念名詞へと言葉を絞り込む」