Review: ベクトル, 線形形式, 行列の不変式環

Presenter: 久保田 絢子 (所属: 早稲田大学基幹理工学研究科数学応用数理専攻修士 1 年)
Lecture title: ベクトル, 線形形式, 行列の不変式環

Review:

今回の久保田絢子さん講演は, ベクトル, 行列, 線形形式の座標環の SL(n)-不変式 からなる部分環が有限生成であることが紹介され, $n = 3$ の場合には具体的にその不変式環を生成する minimal generating set がどのように与えられるかが示された. 抽象的な対象に対して、いかにそれを扱いやすい対象に昇華していくか、という数学の考え方を知る良い機会となった。

不変式環は, ある操作に対して値の変わらない多項式のことであるが, 直観的にはそのようなものはいくらでも組み合わせがあり, 多項式を生成する元もいくらでもあるように感じる. しかし, SL(V) の作用に対する不変式環は有限生成であることが Hilbert の定理 14 から示される. これは本当に驚くべきことである.

一つ残念だった点は, determinant invariant の関係式が多く紹介されたが, 逆にそれが要点をぼやけさせてしまった感があることである. Cayley-Hamilton identity を用いて次数下げのような操作を行い, minimal generating set として必要なものを洗い出して行く過程は純粋に面白いと感じましたし, 特定の関係式に焦点を当てるのでも十分わかりやすくなったのではないかと思う. また, 不変式環の minimal generating set が具体的に与えられたことで不変式環の解析にどう応用できるのかなどの点が気になった. (応用を求めてしまうのは自分の悪い癖かもしれませんが...)

余談ではあるが, 今回の主定理である Hilbert の定理 14 は, Hilbert の 23 の問題のうちの一つである第 14 問題 「一般に不変式環は有限生成か?」 という問題に関連している. 一般には反例が見つかっており, Hilbert の定理 14 は作用するものを線形簡約代数群に制限したことで得られる帰結である. さらに余談であるが, Hilbert の 23 の問題は純粋数学の未解決問題のみかと思っていたが, そうでもないことを初めて知った. 自分の専攻である物理と関係するものは, 第 6 問題 「物理学の諸公理の数学的扱い」 や第 23 問題 「変分法の研究の展開」 という問題があげられる. これらは今なお活発に議論されるべき内容で, Hilbert の先見の明に改めて感服させられた.

最後に, 門外漢のため発表の真意がきちんと汲み取れていたのか自信はないが, 大変興味深く, 刺激的な講演をしてくださった講演者に感謝したいと思う.

Review writer: 杉浦 健一 (所属: 早稲田大学先進理工学部物理学科 3 年)

$\mathrm{G}^{\mathrm{r}\varepsilon}_{\mathrm{P}}$ (Group Epsilon) Central Executive Commitee (CEC)
$\mathrm{F}_{\mathrm{M}}\mathrm{F}_{\mathrm{k}}$ (Free Math Forum by kymst) URL: http://kymst.net
Subpage "Action of Group Epsilon"
URL: http://kymst.net/index.php?GrpE%2Findex
Contact us, mail to :-) kymstkymst@gmail.com