

Review: 数の体系とトポロジー

Presenter: 杉之内 萌 (所属: 早稲田大学基幹理工学部数学科 3年)

Lecture title: 数の体系とトポロジー

Review:

杉ノ内萌さんの講演, 数の体系とトポロジーは3つのパート, (1) 導入, (2) Poincare-Hopfの定理, (3) 三元数の非存在証明からなる. (3)では”代数的”なアイデアの三元数が(2)で導入した”トポロジカル”な定理から存在しないことが示され, 数学の奥深さが垣間見れる講演となった.

本講演の一つの特徴は門外漢への配慮であった.(1)では数の体系が自然数から実数, 複素数(二元数), 四元数, 八元数に向かって自然に拡張され, 何を問題にしているのか, 分かりやすかった. 続く(2)でも, 多くの例で指数(index)の計算を行い, 聴衆でも少し手を動かせば計算できる例が豊富であった. オイラー数は三角形などでも説明できる分かりやすい量であり, それと指数の和を対応づけた Poincare-Hopf の定理は聴衆を驚かせた.

一方, 一つ残念だったのは, (3)のパートで時間が無くなってしまい, 説明が駆け足になってしまったことだ. このパートでも幾何学的な意味に着目し, 比較的分かりやすい証明ではあったかと思うが, 以下の点の説明もあると, より分かりやすかったと思う. まずある三元数にその基底の一つを掛けるということは, 空間の回転に対応する操作である. これは複素数の例を出せば高校生でも理解できたであろう. また, 実数倍してから単位球面の接平面に射影すると, ベクトルがつぶれることなどの対比もこの空間の扱いに慣れるためには面白い. これらの点を説明するだけで, 最後の証明はより分かりやすくなったかと思う.

最後にレビューの専門とする物理学での応用について述べたい. 電場や磁場などのベクトル空間が乱れて配置されているような場合, 一般に解析は困難である. そうしたときにその場の性質をここで紹介されたような指数で分類すれば, 状況の整理ができる. トポロジーは純粋に数理的な側面から非常に面白い考え方だが, 物理などの研究の実際でも役に立つツールであり, こうしたアイデアの基礎に触れられるこうした講演は非常に貴重であると考え. 門外漢への配慮を怠らなかった講演者に感謝し, レビューを終わりたい.

Review writer: 滝脇 知也 (所属: 理化学研究所 研究員)

G_P^ϵ (Group Epsilon) Central Executive Committee (CEC)
 $F_M F_k$ (Free Math Forum by kymst) URL: <http://kymst.net>
Subpage “Action of Group Epsilon”
URL: <http://kymst.net/index.php?GrpE%2Findex>
Contact us, mail to :-) kymstkymst@gmail.com

