

無限について

イントロダクション担当：滝脇知也

無限の魅力

古来から人々は無限の魅力に惹かれてきた。

人類史、史上の大問題

歴史の流れ

450 BC

AD 628

$$\frac{a}{0} = \infty$$

Extensive Treatise of Brahma

ゼロの発見と運用

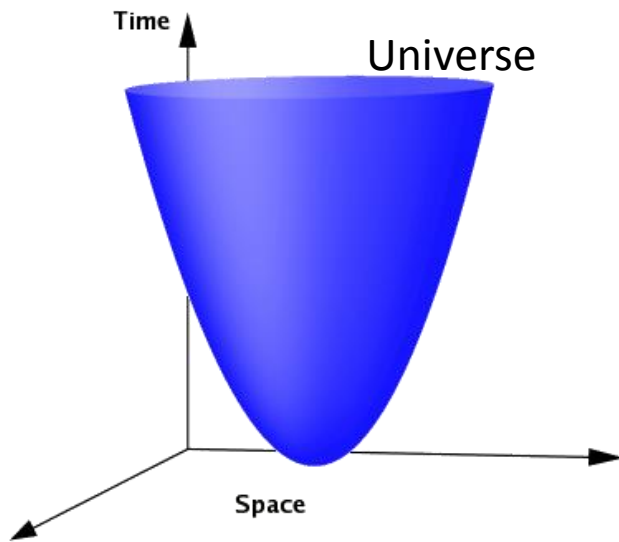
AD 1885



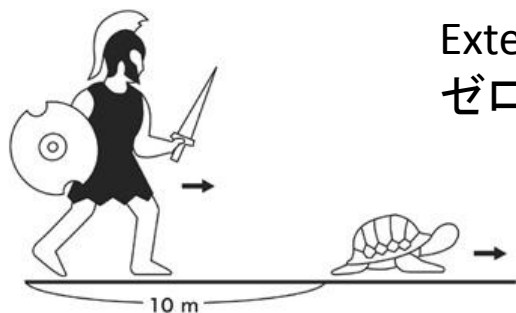
カントール

実無限に関するさまざまな立場について

AD 2015



時空の無限が議論できる



ゼノンのパラドックス

左下の図: 砂田利一「バナッハ-タルスキーのパラドックス」より

右上の図: http://www.einstein-online.info/spotlights/quantum_cosmo_path_integrals

GrpE と無限についての議論

- 2014/05
GrpE 2014 2nd MTG,
実数のつくり方?? 連続とは何か。
by 上田 華乃子
- 2014/09
GrpE 2014 3rd MTG
点集合論的位相幾何の幕開け: Cantor 1872 年論文について
by 山下 弘一郎
- 2014/12
GrpE MLにて
携帯ゲームの問題、“素数の無限積は偶数か?”で盛り上がる
by takiwaki, mone, Oba, kymst

無限や数学基礎論の話題が繰り返し盛り上がりを見せ、自由討論をしたいという話が何度が出ていた。

今回、GrpEらしい企画になりそうということで、題目に決まった。

無限の取り扱いの難しさ

例えば $S = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k$ を考える

$$(1) S = (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0$$

$$(2) S = 1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots = 1$$

$$(3) S = 1 - (1 - 1 + 1 - 1 + \dots) = 1 - S \Rightarrow S = \frac{1}{2}$$

$S = 0$ or 1 or $\frac{1}{2}$?

無限は取り扱いが難しい。

カントール以前は非常に原始的な理解にとどまる。



1845/3/3 -1918/1/6

無限といえばカントール

- 無限を扱える集合論の確立
- 無限の濃度の概念を提唱

実数の濃度 $>$ 有理数や自然数の濃度

- 対角線論法

a_1	=	0.0101010010101000...	証明
a_2	=	0.0001010110000000...	実数は並べられる無限(可算無限)と仮定
a_3	=	0.1010101010110111...	実数を全て並べて対角線上の0,1を変換
a_4	=	0.0101110010101000...	新たな実数ができて矛盾(背理法)!
a_5	=	0.0101011111111000...	実数は並べられる無限ではない!



3つの無限

カントールは無限は3つの文脈で生じると考えた。

- 数学の無限：人間の心の中に抽象的に生じる
- 物理の無限：現実の世界に生じる
- 神学の無限：神の中に生じる

本自由討論では、

この3つの観点から、無限の謎に挑戦したい

あなたはどのタイプでしょうか？

John D. Burrow, The Infinite Book

	数的学無限	物理的無限	神学的無限
Abraham Robinson	No	No	No
Plato	No	Yes	No
Thomas Aquinas	No	No	Yes
Luitzen Brouwer	No	Yes	Yes
David Hilbert	Yes	No	No
Bertrand Russell	Yes	Yes	No
Kurt Gödel	Yes	No	Yes
Georg Cantor	Yes	Yes	Yes

あなたはどのタイプでしょうか？

John D. Burrow, The Infinite Book

数学的無限 物理的無限 神学的無限

Abraham Robinson	No	超準解析の創始者	
Plato	No	Yes	No
Thomas Aquinas	No	No	Yes 特別視
Luitzen Brouwer	No	排中律の否定	
David Hilbert	Yes	No	No
Bertrand Russell	Yes	Yes	No
Kurt Gödel	Yes	No	Yes
Georg Cantor	Yes	Yes	Yes