

物理における無限

担当 滝脇知也

物理の無限を3種類考える

- 空間の無限
- 時間の無限
- 物理量の無限

これら全て一般相対性理論で議論できる。

準備として一般相対論の概要を簡単に説明する。

一般相対性理論

アインシュタインが提唱し、現在標準的となった重力理論

• 重力の効果を時空の幾何学として記述

例えば自由落下を考える (空間の曲がり具合)

ニュートンの考え方 → **力が働いて加速される**

$$\frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = \vec{g}$$

x:物体の位置,
t:時間
g:重力加速度

アインシュタイン的(相対論的)考え方

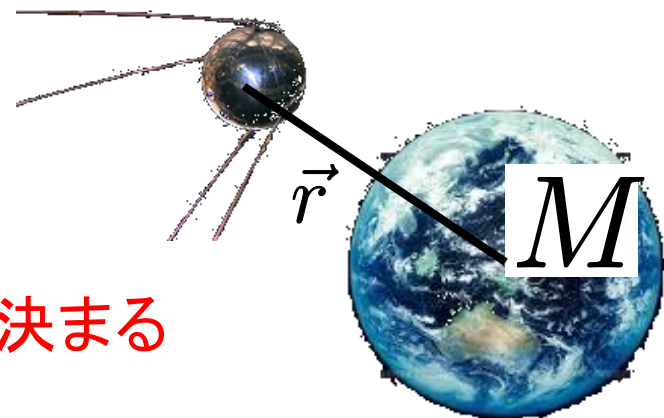
→ **曲がった時空(～座標)の上を直進する**

$$\frac{d^2 \vec{x}'}{dt^2} = 0, \quad \vec{x}' = \vec{x} - \frac{t^2}{2} \vec{g}$$

x:物体の位置
=>空間座標だと思い直す

一般相対性理論

- 物質の分布が重力を決める



ニュートンの考え方 → **力が物質の分布で決まる**

$$\vec{g} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r}$$

\vec{g} : 重力加速度, G や c は定数
 M : 質量源 (例えば星、地球や太陽)
 \vec{r} : 質量源から見た物体の位置ベクトル

アインシュタイン的(相対論的)考え方

→ **空間のゆがみが物質の分布で決まる**

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}(R_{\alpha\beta}g^{\alpha\beta}) = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

$R_{\mu\nu}$: 空間の曲がり具合
 $T_{\mu\nu}$: 質量源 (密度など)
 $g_{\mu\nu}$: 空間の長さや座標との比

宇宙を記述する方程式

- 宇宙を一様等方だと近似すると
アインシュタイン方程式は以下のようなになる。

$$\frac{1}{a} \frac{d^2 a}{dt^2} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho + 3p)$$

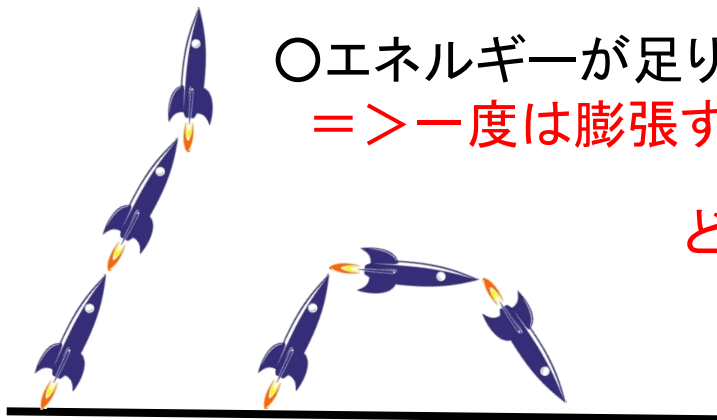
ρ : 宇宙を満たした物質の密度
 p : その圧力

$a(t)$: スケールファクター 宇宙の膨張(縮小)度合いを表す

- 方程式は自由落下に似ている。
人工衛星を打ち上げるアナロジーが有効
- 人工衛星のエネルギーが十分だと地球を離れ、無限に遠ざかる。
=> 無限に膨張する宇宙

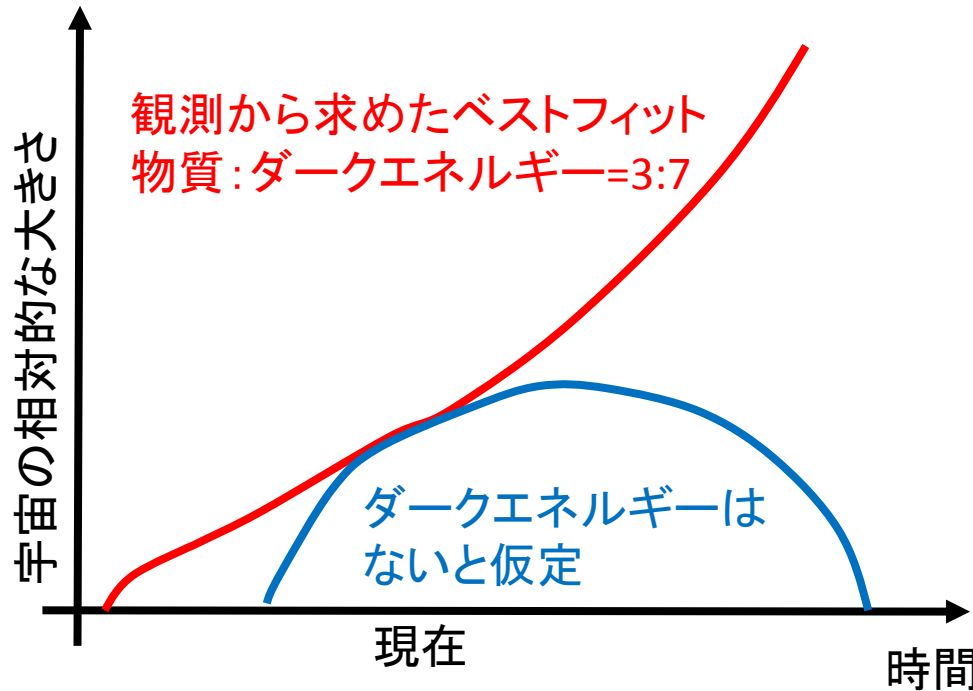
- エネルギーが足りないと地上に帰ってくる。
=> 一度は膨張するがあとで収縮する解

どちらになるかは宇宙を満たす物質に拠る



宇宙が一様等方と仮定するのには反論もある。
アインシュタイン方程式からは上記の式ともう一本式がでる。
実際には圧力を密度の関数として表す式と合わせて解かれる。

宇宙の大きさの時間発展



宇宙を観測してやると、膨張速度はどんどん速くなっていた。

物質の他にダークエネルギーと呼ばれる謎のエネルギーで宇宙は満たされていると宇宙物理学者は考えている。

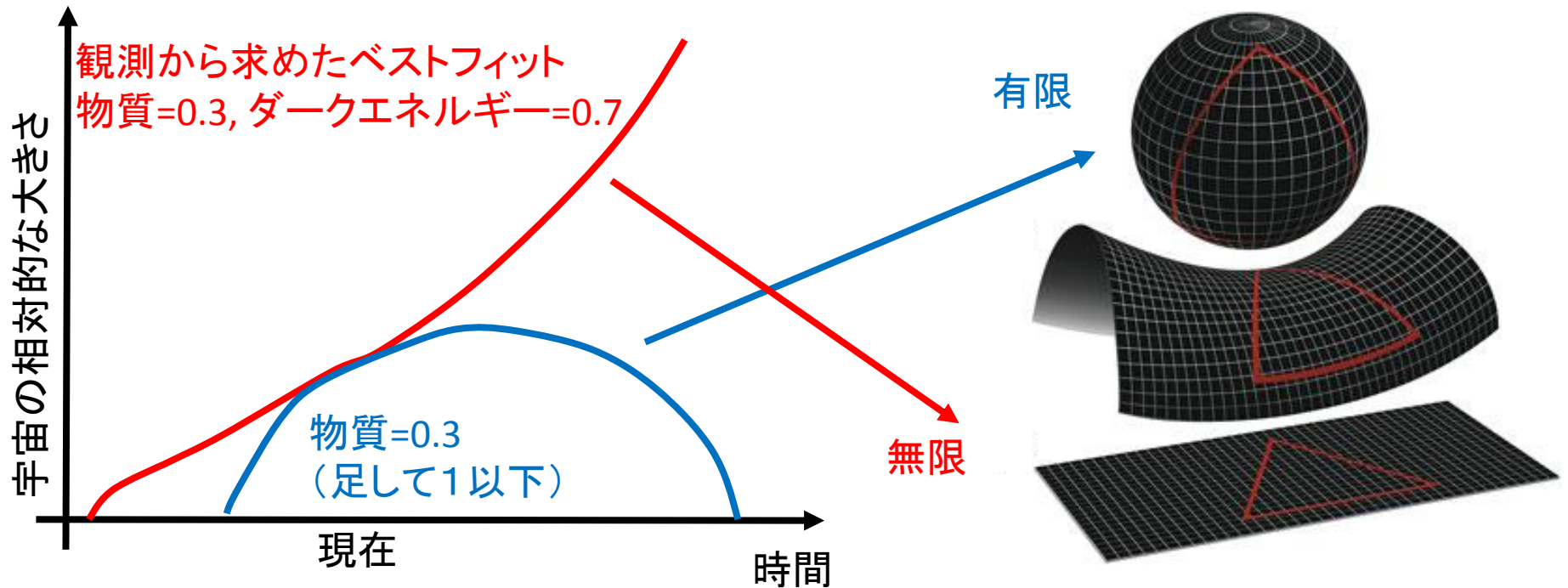
これが存在しないと膨張はどんどん弱まり、最終的には収縮に転じる。

時間に関しては過去には有限、未来には無限が示唆

宇宙の体積は $a(t)^3 V$ のように書け、
今は時間依存する部分について述べている。

宇宙の形状

空間のゆがみの模式図
2次元的に表した



アインシュタイン方程式から時空のゆがみ＝物質の分布
物質の分布が分かれば、宇宙の形も分かる。
物質密度+ダークエネルギー密度が決め手。
足して1以上なら空間は無限, 観測は 1 ± 10^{-4}
空間は無限であると示唆 ($a(t)^3 V$ の V が無限)

物理量の無限

科学は過去から未来を予測する力がある
それは主に微分方程式を解くことによって得られる

$$\frac{dy}{dt} = f(x)$$

無限が絡むと予言力が失われて問題
科学は無限を嫌う

しかし相対性理論ではしばしば無限がでてくる
アインシュタインは理論の不備かもしれないと疑っていた。

宇宙検閲官仮説

ブラックホール解の計量（座標と実際の長さの比）

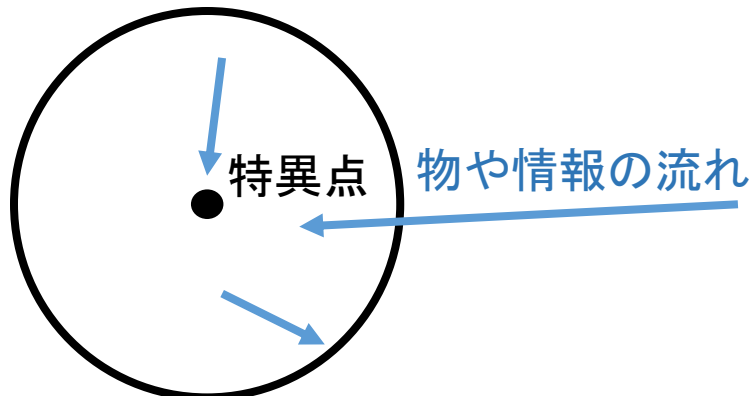
$$ds^2 = - \left(\frac{1 - \frac{R_g}{R}}{1 + \frac{R_g}{R}} \right)^2 dt^2 + \left(1 + \frac{R_g}{R} \right)^4 (dR^2 + R^2 d\Omega^2)$$

$R=0$ （中心）で発散している。こういう点を特異点と呼ぶ。
ただしこれは実際には問題にならない。

ブラックホールは光すら外に出れない重力源。

特異点付近で何が起きているのかの情報が、

物や情報が（事象の）地平線の外にでれないし伝わらない。



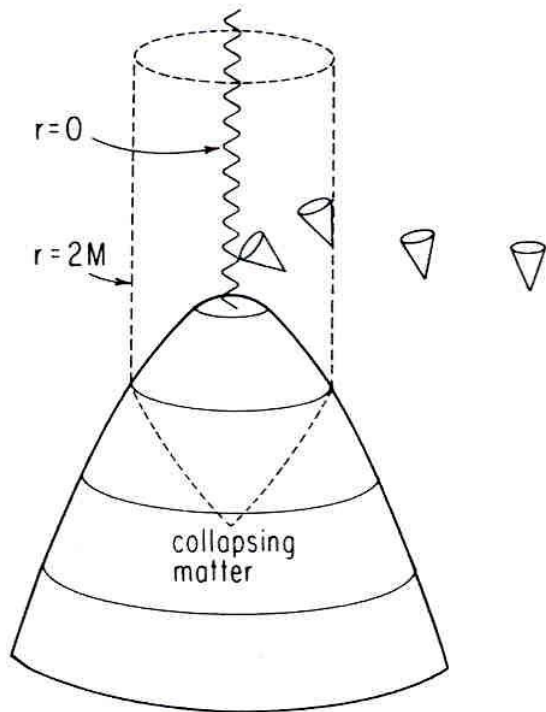
シュバルツシルト半径
= 事象の地平線

特異点が事象の地平線に常に隠されることを、宇宙検閲官仮説と呼ぶ。

自然が変なことが起きないか監視して、起きそうだったら事象の地平線にそれを隠す働きをしているように見える。

仮説の反例？

- 出来合いのBHではなく、BHができる瞬間を考える。
- 球対称の状況では事象の地平線に隠されない裸の特異点が現れた (Ortiz & Sarbach 2011 CQG 28, 235001)



Wald

ただし、これらは摂動に対して不安定で現実の解ではないと見なされている。

(例えば2次方程式のように複数の解があったとき、現実では片方だけが選ばれる)

現在は摂動に安定な裸の特異点がないか、研究が進められている。

物理量が発散する現象はあり得る

ただし、

今のところ摂動について安定な、

現実的な解は知られていない